

# És la veritat una mentida? Perspectives sobre les paradoxes semàntiques

ELIA ZARDINI

*Universidade de Lisboa  
University of Aberdeen*

Centro de filosofia  
Alameda da Universidade  
1600-214 Lisboa, Portugal  
elia.zardini@campus.ul.pt

**Resum:** Aquest treball ofereix una breu introducció, amb opinions de l'autor, a les paradoxes semàntiques i a algunes de les principals teories rivals que les estudien. El treball comença amb una clarificació de la noció de paradoxa semàntica i amb un esbós de la història de les paradoxes semàntiques. Després d'introduir el fenomen de l'autoreferència i els principis de la noció de veritat que les paradoxes semàntiques usen, el treball presenta en detall la més famosa de les paradoxes semàntiques, la paradoxa del Mentider. Un cop exposada la paradoxa del Mentider, el treball en classifica les solucions d'acord amb si revisen la nostra concepció tradicional de la noció de veritat o si revisen la nostra concepció tradicional de la lògica. Respecte les solucions del primer tipus, el treball discuteix, en particular, teories que substitueixen la propietat de la veritat per una jerarquia de propietats cadascuna de les quals s'assemblen parcialment a la noció de veritat, i teories que atribueixen la veritat a exemplars d'enunciats, en comptes de fer-ho a tipus d'enunciats. Respecte les solucions del segon tipus, el treball discuteix, en particular, teories que rebutgen la llei del terç exclòs, teories que rebutgen la llei de no contradicció i teories que rebutgen allò que en el treball s'anomena el principi de persistència.

**Paraules clau:** lògiques no clàssiques, paradoxa del Mentider, paradoxes semàntiques, veritat.

*Is Truth a Lie? Perspectives on the Semantic Paradoxes*

**Abstract:** The article offers a short opinionated introduction to the semantic paradoxes and to some of the main competing theories about them. The article starts with clarifying the notion of semantic paradox and with providing a sketch of the history of the semantic paradoxes. After introducing the phenomenon of self-reference and the principles of truth exploited by the semantic paradoxes, the article proceeds to presenting in detail the most famous such paradox, the Liar paradox. With the Liar paradox on the

table, the article classifies solutions to it according as to whether they revise our traditional conception of truth or our traditional conception of logic. As for solutions of the former kind, the article discusses in particular theories that replace the property of truth with a hierarchy of properties that partially resemble truth and theories that attribute truth to sentence tokens rather than sentence types. As for solutions of the latter kind, the article discusses in particular theories that reject the law of excluded middle, theories that reject the law of non-contradiction and theories that reject (what the article calls) the principle of persistence.

**Key words:** non-classical logics, Liar paradox, semantic paradoxes, truth.

## 1/ La noció de paradoxa semàntica

En aquest treball s'oferirà una breu introducció, amb opinions de l'autor, a les *paradoxes semàntiques* i a algunes de les principals *teories rivals que les estudien* (un tema que, generalment, es classifica com quelcom dintre de l'àrea de la *filosofia de la lògica*). Primer, però, clarificarem el concepte mateix de *paradoxa semàntica*.

Per als nostres propòsits, una *paradoxa filosòfica* és un conjunt de principis *cadascun dels quals és individualment molt plausible*, però que *no poden donar-se tots junts* (Sainsbury (1995) ofereix una excel·lent introducció a algunes de les principals paradoxes (filosòfiques), incloent-hi les semàntiques). Una paradoxa semàntica és, aleshores, una paradoxa que involucra crucialment propietats semàntiques. Però, què és el que fa que una propietat sigui *semàntica*? Per tal d'explicar això, cal que reflexionem sobre el *llenguatge* en general. Podem pensar en una llengua (com, per exemple, el català) com quelcom que conté un conjunt d'*expressions lingüístiques*, tant *simples* (com, per exemple, «gos», «estimar» o «que») com *complexes* (com, per exemple, «el seu gos», «estima el seu gos» o «Diu que estima el seu gos»). És natural entendre aquestes expressions d'una llengua com a entitats abstractes (com, per exemple, les idees platòniques) en el sentit que, per exemple, el nom «gos» és una *sola* entitat que *no es troba en cap punt de l'espai o del temps*; aquesta entitat té, aleshores, un *nombre indefinit* de «còpies» ubicades *en punts específics de l'espai i del temps*, «còpies» que es produeixen cada vegada que un parlant del català pronuncia o escriu «gos». En l'argot filosòfic, diem que el nom «gos» és el *tipus* del qual les proferències o inscripcions particulars de «gos» en són *exemplars*.

Enteses així, les expressions (lingüístiques) tenen diverses propietats, *tres tipus* de les quals han format part, tradicionalment, dels interessos dels filòsofs i dels lingüistes (vegeu Morris (1938: 6)). En primer lloc, tenim propietats *sintàctiques* que, essencialment, es refereixen a les relacions que es donen entre una expressió i *altres expressions*. Així, per exemple, l'expressió «el gos» té la propietat sintàctica de ser un sintagma nominal i poder-se combinar amb qualsevol sintagma verbal (en tercera persona del singular) per formar un enunciat (es pot combinar, per exemple, amb el sintagma verbal «es menja una poma» per formar l'enunciat «el gos es menja una poma»). En segon lloc, tenim propietats *semàntiques* que, essencialment, es refereixen a les relacions que es donen entre una expressió i *el món*. Així, per exemple, és una propietat semàntica del nom «Pals» el fet que *refereixi* al poble de Pals; és una propietat semàntica del predicat «és un home» el fet que sigui *satisfet* per Jordi Pujol; és una propietat semàntica de l'enunciat «El mar és blau» el fet que sigui *vertader* (ja que descriu correctament el color del mar). En tercer lloc, tenim propietats *pragmàtiques* que, essencialment, es refereixen a les relacions que es donen entre una expressió i *els seus usuaris*. Així, per exemple, és una propietat pragmàtica de l'expressió «cony» ser socialment inacceptable

en molts contextos (tot i que, semànticament, simplement vol dir el mateix que «vulva»). Les paradoxes semàntiques són, així, paradoxes que involucren crucialment *proprietats que relacionen el llenguatge amb el món*, tal com ho fan les nocions de referència, satisfacció o veritat. (Encara que aquest treball se centra en les paradoxes semàntiques, cal esmentar que aquestes mantenen fortes similituds amb altres paradoxes que no involucren crucialment nocions semàntiques, vegeu les qüestions 1 i 2 com a mostra de dos exemples importants d'aquests tipus de paradoxes.)

## 2/ Nota històrica

Tot i que hi ha paradoxes semàntiques importants relatives a la noció de *referència* i a la noció de *satisfacció*, històricament, les més prominents involucren la noció de *veritat* (vegeu la qüestió 3 per a tres paradoxes semàntiques importants que involucren les nocions de referència i satisfacció). Al seu torn, si bé hi ha diverses paradoxes semàntiques importants que involucren la noció de veritat, històricament, la més destacada és la paradoxa del *Mentider* i, en la part principal d'aquest treball, ens hi centrarem exclusivament (vegeu les qüestions 4 i 5 per a unes altres dues paradoxes semàntiques importants que involucren la noció de la veritat).

Històricament, s'atribueix la paradoxa del Mentider a Eubúlides de Milet, un membre de l'escola socràtica dels Megaresos, que es creu que va viure al segle IV a.C. Dit sigui de passada, a Eubúlides també se li atribueix la paradoxa del *Sorites* (per més detalls sobre la paradoxa del *Sorites* vegeu el treball de Sergi Oms «Deixem mai de ser joves? Perspectives sobre la vaguetat» en aquest mateix volum). Donat que en l'actualitat sovint es considera que aquestes dues paradoxes són les paradoxes més difícils en la filosofia de la lògica, hom podria pensar que Eubúlides mereix molt més reconeixement que el que generalment se li dona.

Atès el que sabem, sembla que la paradoxa del Mentider no fou gaire discutida en l'antiguitat (una excepció notable, però, és el filòsof estoic Crisp que, pel que sembla, li va dedicar diversos tractats). La paradoxa es comença a discutir seriosament gràcies als filòsofs escolàstics entre els segles XII i XIII, i arriba al seu clímax al segle XIV (l'aguda discussió que en fa Buridan n'és un exemple notable), després del qual sembla que s'esdevé un altre llarg període d'oblit gairebé total. La paradoxa es comença a discutir seriosament de nou després de la creació de la lògica moderna. Una primerenca fita en la discussió en aquest sentit és la de Tarski (1933), i a partir de la dècada del 1970 (prenent Kripke (1975) com un treball seminal) hom és testimoni d'una proliferació pràcticament interminable d'investigacions de tot tipus sobre les paradoxes semàntiques.

Avui en dia, les paradoxes semàntiques constitueixen, sens dubte, una de les àrees més vives de la investigació en filosofia de la lògica. Abans de con-

tinuar, però, val la pena esmentar que l'escriptor hel·lenístic Philitas de Cos va morir, suposadament, a conseqüència de l'angoixa generada per pensar en la paradoxa del Mentider, per això és possible que vulguis considerar si realment vols seguir llegint aquest treball...

### 3/ Enunciats Mentiders

Per comprendre el funcionament de la paradoxa del Mentider, és important distingir entre els *enunciats* i els *noms dels enunciats*. Els enunciats són aquelles expressions que diuen que *les coses són així i així*; els noms dels enunciats són aquelles expressions que *fan referència als enunciats*. Per exemple, l'expressió:

El mar és blau

és un enunciat, mentre que l'expressió:

El primer enunciat que apareix emfatitzat a la secció 3 d'EVM

(on EVM és aquest treball) és un nom d'aquest enunciat.

Un mètode útil per a la creació de noms d'enunciats és prendre l'enunciat que es vol anomenar i posar-lo entre cometes, ja siguin simples o dobles (de fet, aquest mètode es pot utilitzar per construir noms d'expressions de qualsevol categoria, i ja ha estat implícitament usat a la secció 1). Per exemple, mentre que l'expressió:

El mar és blau

és un enunciat, l'expressió:

«El mar és blau»

és un nom d'aquest enunciat. Tenint en ment aquest mètode, emfatitzarem, ara, la diferència entre allò que els enunciats poden fer i allò que els noms d'enunciats poden fer: l'enunciat «El mar és blau» diu que el mar és blau, però no fa referència a l'enunciat «El mar és blau» (només fa referència al mar i al color blau); per contra, el nom d'enunciat «el primer enunciat que apareix emfatitzat a la secció 3 d'EVM» fa referència a l'enunciat «El mar és blau», però no diu que el mar és blau (no es pot dir que el mar és blau simplement pronunciant «el primer enunciat que apareix emfatitzat a la secció 3 d'EVM»). A partir d'ara, usarem les majúscules en negreta com a enunciats, i les minúscules en negreta com a noms d'enunciats.

Ara, com el seu nom indica, la paradoxa del Mentider requereix un enunciat (en direm un *enunciat Mentider*) que, d'alguna o altra manera, *digui de*

*si mateix que no és vertader*. Per tant, una versió simple de la paradoxa del Mentider assumeix l'existència d'un enunciat **m** que és idèntic a:

**m** no és vertader

**m** diu directament de si mateix que no és vertader.

Tanmateix, algunes de les discussions sobre les paradoxes semàntiques fan molt enrenou respecte de la *legitimitat* d'enunciats *autoreferencials* com **m** (la idea és que el nom «**m**», d'alguna manera, ha estat mal definit, ja que s'ha introduït com un nom d'un enunciat que ja el contenia). Per tant, és important veure que l'existència d'enunciats que, almenys d'una manera més indirecta, diuen de si mateixos que no són vertaders és pràcticament ineludible. Considerem el següent enunciat **n**:

El tercer enunciat que apareix emfatitzat a la secció 3 d'EVM no és vertader

Clarament, **n** és un enunciat legítim –de fet, d'entrada és un enunciat del català (mentre que el nom «**m**», introduït recentment, apareix a **m**, el nom «**n**», també introduït recentment, no apareix a **n**, el qual només està format per expressions que hom pot trobar en qualsevol bon diccionari del català). No obstant això, donats els fets, **n** és idèntic al tercer enunciat que apareix emfatitzat a la secció 3 d'EVM. Per tant, com que **n** diu directament que el tercer enunciat que apareix a la secció 3 d'EVM no és vertader, aleshores, almenys de forma indirecta, **n** sí que diu de si mateix que no és vertader.

A més, hi ha un conegut teorema de l'aritmètica (el lema de la *Diagonal*) que, més o menys, diu que, per a cada propietat *F*, hi ha un enunciat «**P**» tal que **P** si, i només si, «**P**» és *F* (el lema de la Diagonal no té gaire a veure amb l'avinguda de Barcelona, però sí que té un paper crucial en la prova dels cèlebres teoremes d'incompletesa de Gödel (1931)). Si deixem que la propietat en qüestió sigui la propietat de no ser vertader, aleshores se segueix del lema de la Diagonal que hi ha un enunciat «**O**» tal que **O** si, i només si, «**O**» no és vertader. Per tant, com que «**O**» diu de forma directa que **O**, aleshores, almenys de forma indirecta, «**O**» sí que diu de si mateix que no és vertader. Tenint en compte tot això, a partir d'ara assumirem l'existència d'enunciats Mentiders i, per simplificar les coses, suposarem que **m** n'és un.

#### 4/ Ascens semàntic i descens semàntic

Una paradoxa semàntica respecte la noció de veritat és òbviament una paradoxa que involucra crucialment la noció de veritat. Per tant, cal que introduïm alguns principis de la noció de veritat que la paradoxa del Mentider pot usar. En les presentacions estàndard de la paradoxa, aquests principis són dos. El primer és un principi d'*Ascens Semàntic*:

(A) *s* implica «*s* és vertader»

i el segon és un principi de *Descens Semàntic*:

(D) «s és vertader» implica s

(A) té el nom que té perquè pren com a punt de partida un fet *no semàntic* (com, per exemple, el fet *físic i concret* que el mar és blau) i, d'aquest fet, n'obté un fet *semàntic* (com, per exemple, el fet *lingüístic i abstracte* que l'enunciat «El mar és blau» és vertader); (D) va en la direcció inversa.

És important apreciar que aquests principis són, d'una banda, *no trivials* i, de l'altra, *aparentment convincents*. Respecte al fet que siguin no trivials, cal notar que (A) implica que, cada vegada que una entitat física i concreta com el mar té una certa propietat, una entitat lingüística i abstracta com l'enunciat «El mar és blau» té una altra certa propietat; i (D) té la implicació inversa. Pel que fa al fet que siguin aparentment convincents, observem el següent parell d'exemples. El mar és blau, i d'això se segueix correctament, per (A), que «El mar és blau» és vertader; per contra, «El mar és blau» és vertader, i d'això se segueix correctament, per (D), que el mar és blau. O suposem que la neu és negra: sota aquest supòsit, se segueix correctament, per (A), que «La neu és negra» és vertader; per contra, suposem que «La neu és negra» és vertader: sota aquest supòsit, se segueix correctament, per (D), que la neu és negra. Tanmateix, per molt convincents que (A) i (D) puguin semblar, estem a punt de veure com la paradoxa del Mentider mostra que, donada l'existència d'enunciats Mentiders, aquests principis són incompatibles amb la lògica clàssica.

## 5/ La paradoxa del Mentider

Una llei fonamental de la lògica clàssica és la llei del *Terç Exclòs*:

(LTE)  $P \text{ o } \text{no } P$

que, en el cas d'« $m$  és vertader», dóna « $m$  és vertader o  $m$  no és vertader». Examinarem, ara, cadascun dels components d'aquesta disjunció.

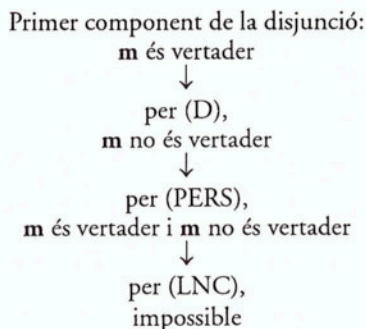
Fixem-nos, en primer lloc, en el primer component de la disjunció (« $m$  és vertader»). Per (D), « $m$  és vertader» implica  $m$  —és a dir, « $m$  no és vertader». Aleshores podem aplicar el principi de *Persistència* de la lògica clàssica:

(PERS) Si « $P$ » implica « $Q$ », « $P$ » implica « $P$  i  $Q$ »

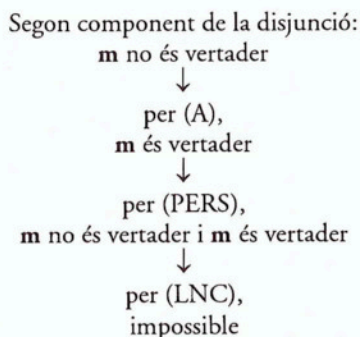
per tal d'inferir que « $m$  és vertader» implica « $m$  és vertader i  $m$  no és vertader» (cal notar que, contràriament a pràcticament tota la resta del vocabulari tècnic d'aquest treball, l'ús de «persistència» com a nom de (PERS) no és estàndard). Però aquest últim enunciat és una contradicció i, per tant, viola la llei de *No Contradicció*, una altra llei fonamental de la lògica clàssica:

(LNC) És impossible que  $P$  i  $\text{no } P$

Així, com que «**m** és vertader» implica una contradicció, és impossible. Recapitem, ara, més gràficament, el raonament relatiu a «**m** és vertader» (en direm «subargument A»):



Fixem-nos, ara, en el segon component de la disjunció («**m** no és vertader»), per al qual podem seguir un raonament anàleg. Per (A), «**m** no és vertader» –és a dir, **m**– implica «**m** és vertader». Aleshores podem aplicar (PERS) per tal d’inferir que «**m** no és vertader» implica «**m** no és vertader i **m** és vertader». Però aquest últim enunciat és una contradicció i, per tant, viola (LNC). Així, com que «**m** no és vertader» implica una contradicció, és impossible. Recapitem, ara, més gràficament, el raonament relatiu a «**m** no és vertader» (en direm «subargument B»):



La conclusió de la nostra anàlisi dels components de la disjunció «**m** és vertader o **m** no és vertader» és que ambdós són impossibles. Però, aleshores, el principi de *Primalitat* de la lògica clàssica:

(PRIM) Si «**P**» és impossible i «**Q**» és impossible, «**P** o **Q**» és impossible

ens permet inferir que «**m** és vertader o **m** no és vertader» és, en si mateix, impossible. Però aquest enunciat és un cas concret de (LTE) i, per tant, lluny de ser impossible, hauria de ser necessari! Tenim, doncs, una paradoxa: ca-



dascun dels principis (A), (D), (LTE), (PRIM), (LNC) i (PERS) és individualment molt plausible, però, com acabem de mostrar, aquests principis no es poden donar tots junts.

## 6/ Dos tipus de solucions a la paradoxa del Mentider

La nostra reconstrucció de la paradoxa del Mentider mostra clarament en quins punts es pot tractar de bloquejar la paradoxa. La paradoxa mostra que no tots els següents principis es poden donar sense restriccions: (A), (D), (LTE), (PRIM), (LNC) i (PERS). D'una banda, (A) i (D) es consideren tradicionalment *principis de la noció de veritat* –com ho demostra el fet que Aristòtil se'n faci ressò en la seva destacada *definició de la veritat com a correspondència*: «Dir d'allò que és que és, i d'allò que no és que no és, és vertader» (*Metafísica*, Γ, 7, 1011b27). D'altra banda, (LTE), (PRIM), (LNC) i (PERS) es consideren tradicionalment *principis de la lògica* (és a dir, principis relatius a coses com la negació, la disjunció, la conjunció, etc.) –com ho demostra el fet que són part de la *lògica clàssica*.

Per tant, la lliçó de la paradoxa del Mentider és dura: ens ensenya que *hem de renunciar o bé a un component crucial de la nostra concepció tradicional de la noció de veritat, o bé a un component crucial de la nostra concepció tradicional de la lògica*. En conseqüència, podem classificar les solucions a la paradoxa del Mentider en aquelles que adopten, bàsicament, alguna de les següents dues *perspectives*: solucions que, en rebutjar (A) o (D), revisen la nostra concepció tradicional de la noció de veritat (i preserven la nostra concepció tradicional de la lògica) o solucions que, en rebutjar (LTE), (PRIM), (LNC) o (PERS), revisen la nostra concepció tradicional de la lògica (i preserven la nostra concepció tradicional de la noció de veritat). Tot i que està fora de l'abast d'aquest treball proporcionar un estudi exhaustiu de totes aquestes solucions, les il·lustrarem prenent dos exemples de solucions que revisen la nostra concepció tradicional de la noció de veritat i, per ser completament neutrals, tres exemples de solucions que revisen la nostra concepció tradicional de la lògica.

## 7/ Teories jeràrquiques

El primer exemple d'una solució que revisa la nostra concepció tradicional de la noció de veritat ve donat per les *teories jeràrquiques* (Tarski (1933) i Burge (1979) en són obres representatives). La idea darrere les teories jeràrquiques, per als nostres propòsits, és que la noció de veritat és una *noció massa pobre* per a permetre'ns avaluar semànticament *tots* els enunciatos com a vertaders –amb l'ús d'(A)– o com a no vertaders –amb l'ús de (D) en la seva forma contraposada:

(DC) Si *s* contradiu *r*, *s* implica «*r* no és vertader»

En particular, mentre que la noció de veritat és una noció prou rica per a permetre'ns avaluar semànticament tots els enunciats que *no contenen l'expressió «vertader»* (en aquests casos, (A) i (D) són vàlids i, així, la noció de veritat es comporta d'acord amb la nostra concepció tradicional), la noció de veritat és una noció massa pobre per aplicar-se als enunciats que contenen en ells mateixos l'expressió «vertader»: tots aquests enunciats són no vertaders *en bloc*. Com a conseqüència, mentre que (D) és vàlid sense restriccions (ja que, si un enunciat és vertader, això implica, ara, que no conté l'expressió «vertader», de manera que (D) s'aplica sense problemes), (A) s'ha de restringir a:

(AJ) Si *s* no conté l'expressió «vertader», *s* implica «*s* és vertader»

(ja que, en cas contrari, com que, òbviament, acceptem enunciats que contenen «vertader», hauríem d'acceptar, consegüentment, que aquests enunciats són vertaders, contràriament a la idea que acabem de presentar).

Per avaluar semànticament els enunciats que contenen «vertader» necessitem postular una *propietat semàntica diferent i més rica*, que podem anomenar «xaveritat». La xaveritat es comporta de manera anàloga a la veritat, però «en un nivell superior». En particular, encara que la xaveritat és una noció prou rica com per permetre'ns avaluar semànticament tots els enunciats que no contenen l'expressió «xavertader» (casos per als quals:

(XA) *s* implica «*s* és xavertader»

i:

(XD) «*s* és xavertader» implica *s*

són vàlids, i, així, la xaveritat es comporta d'acord amb la nostra concepció tradicional de la noció de veritat), la xaveritat és una noció massa pobre per aplicar-se als enunciats que contenen en ells mateixos l'expressió «xavertader»: tots aquests enunciats són no xavertaders *en bloc* (ara que hem incorporat l'expressió «xavertader» en el nostre llenguatge, cal afegir, també, que tots aquests enunciats són no vertaders *en bloc*). Com a conseqüència, mentre que (XD) és vàlid sense restriccions (ja que, si un enunciat és xavertader, això implica, ara, que no conté l'expressió «xavertader», de manera que (XD) s'aplica sense problemes), (XA) s'ha de restringir a:

(XAJ) Si *s* no conté l'expressió «xavertader», *s* implica «*s* és xavertader»

(ja que, en cas contrari, com que, òbviament, acceptem enunciats que contenen «xavertader», hauríem d'acceptar, consegüentment, que aquests enunciats són xavertaders, contràriament a la idea que acabem de presentar). Aquests postulats es repeteixen, òbviament, *ad libitum* i, així, ens condueixen cap a una *jerarquia infinita de propietats semàntiques cada vegada més i més riques*: la veritat, la xaveritat, la xaxaveritat, etc.

Vegem ara com això ens permet bloquejar la paradoxa del Mentider. El subargument A encara és vàlid gràcies al fet que, en les teories jeràrquiques, (D) encara es dóna sense restriccions: «**m** és vertader» és impossible. En la lògica clàssica, això implica que **m** no és vertader i, basant-se en això, les teories jeràrquiques afirmen, en efecte, que **m** no és vertader (de forma més directa, que **m** no sigui vertader ja se segueix, en aquest tipus de teories, del fet que **m** conté l'expressió «vertader»). Però, aleshores, no haurien d'anar aquestes teories en contra del subargument B? No, perquè, com que «**m** no és vertader» conté «vertader», (AJ) *no es pot aplicar*. El que sí que es pot aplicar és (XAJ) (ja que «**m** no és vertader» no conté «xavertader»), amb el resultat que «**m** no és vertader» implica «**m** és xavertader». Aleshores podem aplicar (PERS) per tal d'inferir que «**m** no és vertader» implica «**m** no és vertader i **m** és xavertader». Però *això ja no és una contradicció* (un enunciat bé podria ser xavertader encara que no sigui vertader) i, així, la paradoxa desapareix. Aquest és, doncs, el punt de vista que les teories jeràrquiques sostenen respecte un enunciat Mentider com **m**: **m** diu, correctament, de si mateix que no és vertader i, així, tot i no ser vertader, sí que és xavertader (i xaxavertader, xaxaxavertader, etc.).

Un dels principals problemes de les teories jeràrquiques és que cap de les propietats semàntiques que apareixen en la jerarquia s'assembla gaire a la noció de *veritat*. «“El mar és blau” és vertader» hauria de rebre una avaluació semàntica positiva, però les teories jeràrquiques no el consideren vertader. Per descomptat, el consideren xavertader. Però aleshores «“El mar és blau” és vertader” és xavertader» hauria de rebre una avaluació semàntica positiva, però les teories jeràrquiques no el consideren xavertader. Aquesta situació podria no semblar massa incòmoda: tot i que cadascuna de les propietats semàntiques de la jerarquia no proporciona l'avaluació semàntica correcta per a molts enunciats, per a cada enunciat hi ha una propietat semàntica en la jerarquia que proporciona la seva avaluació semàntica correcta. Comparem: tot i que no hi ha cap mètode de seducció universal que funcioni amb totes les dones, per cada dona hi ha un mètode de seducció que funciona, i això, diria un seductor, és tot el que necessitem. Per desgràcia (o potser no), l'avaluació semàntica és més exigent que la seducció femenina: en el cas de la noció de veritat, necessitem més, ja que el fet que acabem d'esmentar no és suficient per obtenir *totes* les avaluacions semàntiques correctes. Per exemple, (LTE) *en si mateix, més enllà dels seus casos concrets, hauria de rebre una avaluació semàntica positiva*: és a dir, per alguna propietat *V* de la jerarquia, per a cada «**P**», «**P** o no **P**» hauria de considerar-se com a *V*. Però és fàcil veure que cap de les propietats semàntiques de la jerarquia pot fer això (podem prendre, per exemple, la xaveritat: «“El mar és blau” és xavertader o no és xavertader» no és xavertader). Sens dubte, resulta enutjós que una teoria semàntica que accepta la lògica clàssica no pugui donar una avaluació semàntica positiva a una de les lleis fonamentals de la lògica clàssica.

## 8/ Teories exemplaristes

El segon exemple d'una solució que revisa la nostra concepció tradicional de la noció de veritat ve donat per les *teories exemplaristes* (Goldstein (1992) i Read (2002) en són obres representatives). La idea darrere les teories exemplaristes, per als nostres propòsits, és que principis com (A) i (D) i, en general, les atribucions de veritat, s'equivoquen quan atribueixen la veritat als enunciat, en tant que aquests són *entitats massa toques: la veritat i la falsedat requereixen establir distincions que no es poden establir a aquest nivell d'abstracció*. La idea, habitualment, es defensa apel·lant a l'estès fenomen de la *dependència lingüística del context*, que és el fet que, en els llenguatges naturals com el català, moltes expressions *poden referir-se a coses diferents quan apareixen en contextos diferents*. Per exemple, no sembla que tingui sentit atribuir la veritat o la falsedat a *l'enunciat en si* «Vaig néixer l'11/7/1979»: allò que és vertader o fals són *exemplars particulars* d'aquest enunciat produïts per certs parlants (per exemple, qualsevol exemplar d'aquest enunciat produït per mi és vertader, ja que qualsevol d'aquests exemplars diu, correctament, que Elia Zardini va néixer l'11/7/1979, però qualsevol exemplar d'aquest enunciat produït per tu és probablement fals, ja que diria que tu vas néixer l'11/7/1979). En el que segueix, usarem les minúscules subratllades com a noms d'exemplars d'enunciats.

Com a conseqüència d'aquesta concepció general sobre les atribucions de veritat, hem de substituir l'enunciat Mentider **m** per l'exemplar particular m:

m no és vertader

I hem de substituir (A) i (D) per:

(AE) t implica cada exemplar de «t és vertader»

(DE) Cada exemplar de «t és vertader» implica t

Vegem ara com això ens permet bloquejar la paradoxa del Mentider (teint en ment, però, que cal modificar el raonament de la secció 5 per tal que usi exemplars en comptes d'enunciats). El subargument A encara és vàlid, gràcies al fet que, en les teories exemplaristes, (DE) encara es dona sense restriccions: cada exemplar d'«m és vertader» és impossible. En la lògica clàssica, això implica que m no és vertader i, basant-se en això, les teories exemplaristes afirmen, en efecte, que m no és vertader. Però, aleshores, no haurien d'anar aquestes teories en contra del subargument B? No, perquè quan les teories exemplaristes afirmen que m no és vertader, ho fan mitjançant la producció d'un exemplar n d'«m no és vertader» *diferent d'm*: mentre que m és un exemplar que diu de si mateix que no és vertader, n diu d'm, i no de si mateix, que no és vertader. Com que les teories exemplaristes, per tant, només es comprometen amb n, i no amb m (de fet, quan es comprometen amb n s'estan compromentent, més aviat, amb el fet que m no sigui vertader!),

(AE) *només es pot aplicar al cas d'n*, amb el resultat que n implica cada exemplar d'«n és vertader». Aleshores podem aplicar (PÈRS) per tal d'inferir que n implica un exemplar d'«m no és vertader i n és vertader». Però *això ja no és una contradicció* (un exemplar d'un enunciat bé podria ser vertader encara que un altre exemplar del mateix enunciat no ho sigui) i, així, la paradoxa desapareix. Aquest és, doncs, el punt de vista que les teories exemplaristes sostenen respecte un exemplar Mentider com m: m no és vertader, però un altre exemplar n del mateix enunciat sí que ho és.

Un dels principals problemes de les teories exemplaristes és que, quan avaluen semànticament de forma diferent m i n, semblen estar fent una *distinció que viola les característiques fonamentals de la noció de veritat*. m refereix a exactament el mateix objecte al qual n refereix (és a dir, m mateix) i atribueix a aquest objecte exactament la mateixa propietat que n li atribueix (és a dir, la propietat de no ser vertader). Aleshores, és un misteri que m no sigui vertader mentre que n sí que ho és. De fet, com que les teories exemplaristes afirmen que m no és vertader, creuen que m refereix a un objecte (és a dir, a m mateix) al qual atribueix correctament la propietat de no ser vertader. Així, ja és un misteri que m no sigui vertader. Però el misteri es fa encara més obscur quan observem que involucra pensar que un exemplar *negatiu* com m *no és vertader* sense que hi hagi cap exemplar *positiu* d'«m és vertader» que *sigui vertader* (en cas contrari, per (DE), les teories exemplaristes haurien d'afirmar que m és vertader), i viola, d'aquesta manera, *la tradicional llei semàntica que relaciona la no veritat d'una negació amb la veritat d'allò que es nega*, llei que, en termes d'exemplars, es pot formular així:

(NEGE) Si un exemplar de «No **P**» no és vertader, algun exemplar de «**P**» és vertader

## 9/ Teories que rebutgen (LTE)

El primer exemple de solució que revisa la nostra concepció tradicional de la lògica ve donat per les *teories que rebutgen* (LTE) (Brady (2006) i Field (2008) en són obres representatives). La idea darrere les teories que rebutgen (LTE), per als nostres propòsits, és que certs enunciats són tals que *tant ells com la seva negació no tenen un fonament últim en la realitat* i, per tant, han de ser *rebutjats*. Però en què consisteix que un enunciat no tingui un fonament últim en la realitat (per abreujar, que no estigui fonamentat)? Essencialment, un enunciat està fonamentat si, i només si, *o bé ell o bé la seva negació es poden derivar de fets no semàntics utilitzant* (A) i (DC). Per exemple, «“El mar és blau” és vertader» és vertader està fonamentat, ja que es pot derivar del fet no semàntic que el mar és blau mitjançant l'ús d'(A) dues vegades; «“La neu és negra” és vertader» és vertader està fonamentat, ja que la seva negació es pot derivar del fet no semàntic que la neu no és negra mitjançant l'ús de (DC) dues vegades. Observeu com, independentment de la seva aplicació a les

paradoxes semàntiques, la noció de fonamentació hauria de ser contemplada com a útil per a qualsevol teòric, ja que ens permet veure com, gràcies a (A) i (DC), *un gran nombre de fets semàntics depenen, en últim terme, de fets no semàntics i, en un sentit, s'hi poden reduir.*

No obstant això, i potser de forma sorprenent, *no tots els enunciat es fonamentats.* Un exemple immediat és **m** mateix —és a dir, «**m** no és vertader». Per (DC), «**m** no és vertader» es pot derivar d'«**m** és vertader». Per (A), aquest últim enunciat es pot derivar, al seu torn, d'«**m** no és vertader» però, ara, hem anat a parar altre cop al punt de partida. No hi ha cap manera de trencar aquest cercle i arribar a algun fonament en fets no semàntics. **m** no està fonamentat. Òbviament, les consideracions anteriors també mostren que el contradictori d'**m** —és a dir, «**m** és vertader»— no està fonamentat.

Les teories que rebutgen (LTE) entenen que, en tant que no fonamentats, cal rebutjar tant «**m** és vertader» com «**m** no és vertader». Però, si hem de rebutjar els dos components d'una disjunció, podria semblar plausible pensar que també cal rebutjar la pròpia disjunció i, així, rebutjar també (LTE). Si tot això no sona terriblement convincent, considereu que, a més, les teories que rebutgen (LTE) poden acceptar que els subarguments A i B permeten establir que tant «**m** és vertader» com «**m** no és vertader» són impossibles, de la qual cosa se segueix, per (PRIM), la impossibilitat de (LTE).

Un dels principals problemes amb les teories que rebutgen (LTE) és que només semblen funcionar si es neguen a reconèixer l'existència d'una noció clara i important: la noció que *un enunciat falli* (en el sentit que, *d'una manera o altra, podem excloure la possibilitat que sigui vertader*). Si, en (LTE), substituïm «No **P**» per «**P** falla», el resultat:

(FLTE) **P** o «**P**» falla

és irresistible, ja que si tractem de resistir-nos-hi, aleshores hem d'acceptar que falla, però, si falla, segurament els dos components de la disjunció també fallen i, així, en particular, «**P**» falla, però aleshores el segon component de la disjunció és el cas i, així, segurament (FLTE), després de tot, és el cas. De la mateixa manera, si, en (LNC), substituïm «No **P**» per «**P** falla», el resultat:

(FLNC) És impossible que **P** i «**P**» falla

és irresistible, ja que si tractem de resistir-nos-hi, aleshores hem d'acceptar que «**P** i «**P**» falla» podria ser el cas, però, si és el cas, segurament els dos components de la conjunció també són el cas i, així, en particular, «**P**» és el cas, però aleshores el segon component de la conjunció falla i, així, segurament, «**P** i «**P**» falla», després de tot, falla. Així, si considerem ara l'enunciat **f**:

**f** falla

i substituïm (LTE) i (LNC) per (FLTE) i (FLNC) respectivament, la paradoxa torna a aparèixer i les teories que rebutgen (LTE) no poden fer res al respecte.

## 10/ Teories que rebutgen (LNC)

El segon exemple de solució que revisa la nostra concepció tradicional de la lògica ve donat per les *teories que rebutgen* (LNC) (Priest (2006) i Beall (2009) en són obres representatives). La idea darrere les teories que rebutgen (LNC), per als nostres propòsits, és que certs enunciats són tals que *tant ells com la seva negació són el cas*; en altres paraules, les teories que rebutgen (LNC) accepten, per a alguns «P», *tant que P com que no P*; encara en altres paraules, les teories que rebutgen (LNC) accepten *contradiccions* (sí, ho has llegit bé). Cal destacar que aquestes teories són teories *racionals*, o sigui que no és que acceptin qualsevol cosa; només accepten certes contradiccions, perquè pensen que hi ha molt bones raons al seu favor.

De fet, les teories que rebutgen (LNC) entenen que la paradoxa del Mentider proporciona una de les més *fortes* d'aquestes raons. Així, usen el subargument A per tal d'establir que «**m** és vertader» implica la contradicció «**m** és vertader i **m** no és vertader», i usen el subargument B per tal d'establir que «**m** no és vertader» també implica la contradicció «**m** és vertader i **m** no és vertader». A més, les teories que rebutgen (LNC) accepten el principi de *Raonament per Casos*:

(RC) Si «P» implica «R» i «Q» implica «R», «P o Q» implica «R»

que permet concloure que «**m** és vertader o **m** no és vertader» implica «**m** és vertader i **m** no és vertader». Com que aquestes teories accepten (LTE), poden aleshores fer servir la paradoxa del Mentider en la seva totalitat per tal d'establir la contradicció que **m** és vertader i **m** no és vertader, tal com es volia (per part d'ells).

És clar que el problema plantejat a la secció 9 respecte les teories que rebutgen (LTE) és igualment un problema per a les teories que rebutgen (LNC). Cal notar que aquest problema es basa, de fet, en característiques *oposades* en els dos casos. En el cas de les teories que rebutgen (LTE), aquestes teories tenen una noció de negació que és problemàtica en tant que *forta*, de manera que «P» pot fallar sense que «No P» hagi de ser el cas automàticament; podem usar, aleshores, aquesta característica i, així, la paradoxa es pot tornar a plantejar, si passem de «No P» a «“P” falla» i de (LTE) a (FLTE). En el cas de les teories que rebutgen (LNC), aquestes teories tenen una noció de negació que és problemàtica en tant que *dèbil*, de manera que «No P» pot ser el cas sense que «P» hagi de fallar automàticament; podem usar, aleshores, aquesta característica i, així, la paradoxa es pot tornar a plantejar, si passem de «No P» a «“P” falla» i de (LNC) a (FLNC). En resum, en ambdós casos, tant les teories que rebutgen (LTE) com les que rebutgen (LNC) sí que poden preservar la nostra concepció tradicional de la noció de *veritat*, però ho fan només perquè revisen, de formes oposades, la nostra concepció tradicional de la *negació*, segons la qual *la negació d'un enunciat és el cas si, i només si,*

*l'enunciat mateix falla.* Tenint en compte que la *falsedat* d'una oració pot ser entesa com la *veritat de la seva negació*, podem concloure que tant les teories que rebutgen (LTE) com les que rebutgen (LNC) revisen, de formes oposades, la nostra concepció tradicional de la noció de *falsedat* segons la qual *un enunciat és fals si, i només si, falla* (una concepció que emergeix també en el fet etimològic que «fals» i «fallar» comparteixen la mateixa arrel).

## 11/ Teories que rebutgen (PERS)

El tercer exemple de solució que revisa la nostra concepció tradicional de la lògica ve donat per les *teories que rebutgen* (PERS) (*faute de mieux*, Zardini (2011) n'és una obra representativa). La idea darrere les teories que rebutgen (PERS), per als nostres propòsits, és que certs enunciats són *inestables*, en el sentit que, *si són el cas, porten a una conseqüència sense ser el cas alhora amb ella*. Aquesta inestabilitat hauria de resultar familiar si considerem la *causalitat empírica*: per exemple, «La llenya està cremant», si és el cas, porta a la conseqüència «Només queda cendra» sense ser el cas alhora amb ella (de fet, en el moment en què només queda cendra, la llenya ja no crema).

Les teories que rebutgen (PERS) creuen que quelcom similar pot passar en casos de causalitat *no empírica* i creuen que (A) i (DC) governen alguns dels casos d'aquest tipus de causalitat (per exemple, el fet no semàntic que el mar és blau causa, per (A), el fet semàntic que «El mar és blau» és vertader i el fet no semàntic que la neu no és negra causa, per (DC), el fet semàntic que «La neu és negra» no és vertader). En particular, les teories que rebutgen (PERS) pensen que un enunciat Mentider com **m** és inestable, ja que, per (A), porta a la conseqüència «**m** és vertader» sense ser el cas alhora amb ella, i creuen que aquest últim enunciat també és inestable, ja que, per (DC), porta a la conseqüència «**m** no és vertader» sense ser el cas alhora amb ella. Així, mentre que el cercle en el qual es troben presoners «**m** no és vertader» i «**m** és vertader», a causa d'(A) de (DC), es pren, per les teories que rebutgen (LTE), com quelcom que demostra que ambdós enunciats fallen (tot i que, com hem vist a la secció 9, no ho poden expressar d'aquesta manera!), aquest cercle es pren, en canvi, per les teories que rebutgen (PERS) (que sí que accepten (LTE)), com quelcom que demostra que, sigui quin sigui dels dos enunciats aquell que sigui el cas, porta a una situació en la qual és l'altre qui és el cas i, així, donen lloc a una oscil·lació sense fi entre el fet que **m** no és vertader i el fet que **m** és vertader. En aquest marc, per exemple, «**m** no és vertader» implica «**m** és vertader», però, a causa de la inestabilitat, no són el cas els dos alhora i, per tant, «**m** no és vertader» no implica «**m** no és vertader i **m** és vertader». Així, (PERS) falla.

Com potser era d'esperar, no es coneix cap problema greu per a les teories que rebutgen (PERS) (almenys que jo sàpiga). Però aquestes teories requereixen, sens dubte, més desenvolupament per tal de donar sentit a algunes de les seves característiques més desconcertants. No és el cas, però, de la seva



concepció de la *negació*, que valida tant (LTE) com (LNC) i per tant segueix de forma fidel la nostra concepció tradicional. Però sí que és el cas per a la seva concepció de la *conjunció* (i la disjunció), com ho demostra el fet que un principi tradicional de la conjunció com (PERS) no sigui vàlid. Per donar una idea de les complexitats involucrades, n'hi ha prou amb observar que (PERS) se segueix dels principis de *Reflexivitat*, *Juxtaposició* i *Idempotència*:

(REFL) «P» implica «P»

(JUXT) Si «P» implica «Q» i «R» implica «S», «P i R» implica «Q i S»

(IDEM) «P» implica «P i P»

(si assumim que «P» implica «Q», aleshores per (REFL) i (JUXT) «P i P» implica «P i Q» i, així, per (IDEM), «P» implica «P i Q»). Les teories que rebutgen (PERS) normalment rebutgen (IDEM), però això demostra que aquestes teories tenen la desconcertant característica que *considerar un enunciat dues vegades és un supòsit més fort que considerar el mateix enunciat una sola vegada* (així, el que es coneix com el principi de *Contracció* de la lògica clàssica no és vàlid). La investigació sobre aquest i altres temes està en curs<sup>1</sup>.

### Qüestions per a reflexionar

1. Un *conjunt* és una *col·lecció d'objectes*, entès com una *sola entitat*, a la qual *pertanyen* els objectes en qüestió. D'acord amb la *concepció ingènua de la noció de conjunt*, *cada propietat especifica un conjunt*, en el sentit que, per a cada propietat *F*, existeix quelcom que és el conjunt d'objectes que són *F* i que satisfà els principis d'*Ascens* i *Descens per a Conjunts*:

(CA) Si *x* és *F*, *x* pertany al conjunt d'objectes que són *F*

(CD) Si *x* pertany al conjunt d'objectes que són *F*, *x* és *F*

Ara bé, una possible propietat és la propietat de no pertànyer-se a si mateix, i així, d'acord amb la concepció ingènua, existeix quelcom que és el conjunt *r* d'objectes que no es pertanyen a si mateixos. Podem usar, ara, un raonament similar al subargument A: si *r* es pertany a si mateix –és a dir, al conjunt d'objectes que no es pertanyen a si mateixos– aleshores, per (CD), no es pertany a si mateix. Aleshores, podem aplicar (PERS) per tal d'inferir

1. Agraïxo els comentaris, extremadament útils, d'Ambròs Domingo, Josep Macià, Sergi Oms i Ricardo Santos a un esborrany anterior d'aquest article. Agraïxo, també, a Sergi Oms la seva molt bona feina en traduir el text de l'anglès. Per escriure aquest treball, he gaudit de l'FP7 Marie Curie Intra-European Research Fellowship 301493 amb tema *A Non-Contractive Theory of Naive Semantic Properties: Logical Developments and Metaphysical Foundations* i de l'ajuda del projecte FFI2011-2526 del Ministerio de Economía y Competividad amb tema *Referència, auto-referència y datos empíricos*.

que, si  $r$  es pertany a si mateix, aleshores es pertany a si mateix i no es pertany a si mateix. Però aquesta última afirmació és una contradicció i, per tant, viola (LNC). Així, és impossible que  $r$  es pertanyi a si mateix. Podem usar, a continuació, un raonament similar al subargument B: si  $r$  no es pertany a si mateix, aleshores, per (CA),  $r$  pertany al conjunt d'objectes que no es pertanyen a si mateixos —és a dir, a si mateix. Aleshores, podem aplicar (PERS) per tal d'inferir que, si  $r$  no es pertany a si mateix, aleshores no es pertany a si mateix i es pertany a si mateix. Però aquesta última afirmació és una contradicció i, per tant, viola (LNC). Així, és impossible que  $r$  no es pertanyi a si mateix. La conclusió de la nostra anàlisi dels components de la disjunció « $r$  es pertany a si mateix o  $r$  no es pertany a si mateix» és que ambdós són impossibles. Això ens permet inferir que, per (PRIM), « $r$  es pertany a si mateix o  $r$  no es pertany a si mateix» és, en si mateix, impossible. Però aquest enunciat és un cas concret de (LTE) i, per tant, lluny de ser impossible, hauria de ser necessari! Aquesta és la paradoxa de Russell (vegeu Russell (1903)).

1.1. Com creus que les diverses teories discutides a les seccions 7-11 s'haurien d'aplicar a la paradoxa de Russell, ara centrades en la noció de conjunt en comptes de la noció de veritat?

1.2. En la teoria de conjunts que es pressuposa, normalment, com a base de les matemàtiques, anomenada «teoria de conjunts de Zermelo-Fraenkel», s'entén que la paradoxa de Russell mostra que el conjunt d'objectes que no es pertanyen a si mateixos no existeix. Aquesta posició és diferent de totes les esmentades a la qüestió 1.1. Quina seria l'anàloga de tal posició en el cas de la paradoxa del Mentider?

2. Considerem l'enunciat  $c$  idèntic a:

$c$  no és conegut.

Suposem que  $c$  és conegut. Aleshores, el principi de *Descens per al Coneixement*:

(COD) « $s$  és conegut» implica  $s$

implica que  $c$  no és conegut. Per tant, si suposem que  $c$  és conegut, aleshores se segueix que  $c$  no és conegut i, així, per (PERS), si suposem que  $c$  és conegut, aleshores se segueix la contradicció que  $c$  és conegut i  $c$  no és conegut. Així, podem aplicar el principi de *Reducció a l'Absurd* de la lògica clàssica:

(RA) Si « $P$ » implica una contradicció, «No  $P$ » és el cas

per concloure que  $c$  no és conegut. Però això vol dir que « $c$  no és conegut» —és a dir,  $c$ — es pot demostrar (ho acabem de fer!) i, aleshores, pel principi que *Mostrar Comporta Coneixement*:

(DCC) Si  $s$  es pot demostrar,  $s$  és conegut

podem concloure que  $c$  és conegut. Contradicció. Aquesta és la paradoxa del *Coneixedor* (vegeu Kaplan i Montague (1960)).

2.1. Com creus que les diverses teories discutides a les seccions 7-11 s'haurien d'aplicar a la paradoxa del *Coneixedor*, ara centrades en la noció de coneixement en comptes de la noció de veritat?

2.2. Noteu que, en particular, la paradoxa del *Coneixedor* no apel·la a (LTE). Creus que això representa una limitació per a les teories que rebutgen (LTE)?

2.3. Noteu també que, si bé la paradoxa del *Coneixedor* encara apel·la a l'anàleg de (D) per al coneixement —és a dir, (COD)— no apel·la a l'anàleg d'(A) per al coneixement:

(COA)  $s$  implica « $s$  és conegut»

Això és bo, ja que (COA) és totalment inversemblant (quelcom podria ser el cas, sense que ningú ho sabés!). Quin creus que és el principi que s'usa, en comptes de (COA), en la paradoxa del *Coneixedor*, i per què és més plausible que (COA)?

2.4. Aquesta versió de la paradoxa del *Coneixedor* suggereix una versió de la paradoxa del *Mentider* diferent de la que hem vist a la secció 5. Com creus que seria aquesta versió alternativa?

2.5. Creus que hi ha altres propietats que, de forma semblant al coneixement, satisfan principis anàlegs a (COD) i (DCC)? Observeu que cada tal propietat es podria usar per a construir una paradoxa anàloga a la paradoxa del *Coneixedor*.

2.6. Les nocions de pertànyer a un conjunt i de coneixement no són nocions semàntiques. Creus que la solució correcta a les paradoxes semàntiques s'hauria d'aplicar, també, a alguna o a totes les paradoxes formalment similars que involucren propietats que no són semàntiques?

3. Atès que hi ha un nombre finit d'expressions simples del català, podem concloure que hi ha un nombre finit d'expressions complexes del català que contenen com a màxim 30 aparicions d'expressions simples. D'això es desprèn que només hi ha un nombre finit de nombres (naturals) tals que *ens hi podem referir usant alguna expressió del català que contingui com a màxim 30 aparicions d'expressions simples* (abreujarem el predicat en cursiva amb l'expressió « $R_{30}$ ») i, així, que hi ha algun nombre que no és  $R_{30}$ . Ara, un principi estàndard de la matemàtica clàssica és el principi del *Menor Nombre*:

(MN) Si un cert nombre és  $F$ , hi ha un nombre que és el menor que és  $F$

del qual, si prenem com a propietat rellevant la de no ser  $R_{30}$ , es dedueix que hi ha un nombre que és el menor que no és  $R_{30}$ . Sigui  $n$  aquest nom-

bre. Aleshores,  $n$  no és  $R_{30}$ . Però, pel principi d'*Ascens / Descens per la Referència*:

(RAD)  $a$  = el referent d'« $a$ »

la descripció definida «el menor nombre que no és  $R_{30}$ » refereix al menor nombre que no és  $R_{30}$  —és a dir, a  $n$ . I, com que, un cop desplegada l'abreviatura « $R_{30}$ », aquella descripció definida conté menys de 30 aparicions d'expressions simples, això vol dir que  $n$  és  $R_{30}$ . Contradicció. Aquesta és la paradoxa de *Berry* (vegeu Russell (1908)).

3.1. Com creus que les diverses teories discutides a les seccions 7-11 s'haurien d'aplicar a la paradoxa de *Berry*, ara centrades en la noció de referència en comptes de la noció de veritat?

3.2. Considereu el nom  $h$ , per a nombres, idèntic a:

(el referent d' $h$ ) + 1

Desenvolpeu una paradoxa de la noció de referència utilitzant  $h$ . (Suggeriment: sigui  $n = (\text{el referent d}'h) + 1$ ; observeu que, aleshores, per (RAD), obtenim que  $n = \text{el referent d}'h$ . Cal usar aquests fets per arribar a la conclusió que  $n = n + 1$ , cosa que totes les teories consideren impossible, ja que cap nombre pot ser igual al seu successor.) Un cop desenvolupada la paradoxa, cal notar que no apel·la ni a (LTE) ni a (LNC). Creus que això representa una limitació per a les teories que rebutgen (LTE) o (LNC)?

3.3. Una altra propietat semàntica esmentada a les seccions 1 i 2 és la de satisfacció. Creus que es pot desenvolupar una paradoxa de la noció de satisfacció? (Suggeriment: considereu el predicat «no és satisfet per si mateix».)

3.4. Tot i que la referència és una propietat semàntica, és una propietat diferent de la veritat. Creus que la solució correcta a les paradoxes de la veritat s'hauria d'aplicar, també, a alguna o a totes les paradoxes formalment similars que involucren altres propietats semàntiques?

4. Considerem l'enunciat  $g$  idèntic a:

Si  $g$  és vertader, el Reial Madrid guanyarà la propera Lliga

Suposem que  $g$  és vertader. Aleshores, per (D), si  $g$  és vertader, el Reial Madrid guanyarà la propera Lliga. Com que estem suposant que  $g$  és vertader, el principi de *Modus Ponens* de la lògica clàssica:

(MP) « $P$ » i «Si  $P$ , aleshores  $Q$ » impliquen « $Q$ »

ens permet deduir que el Reial Madrid guanyarà la propera Lliga. Per tant, si suposem que  $g$  és vertader, aleshores se segueix que el Reial Madrid guanyarà

la propera Lliga. Així, podem aplicar el principi de *Prova Condicional* de la lògica clàssica:

(PC) Si «**P**» implica «**Q**», «Si **P**, aleshores **Q**» és el cas

per concloure que, si **g** és vertader, el Reial Madrid guanyarà la propera Lliga. Però llavors, per (A), «Si **g** és vertader, el Reial Madrid guanyarà la propera Lliga» —és a dir, **g**— és vertader i, així, per (MP), el Reial Madrid guanyarà la propera Lliga. I això és fins i tot pitjor que una contradicció. Aquesta és la paradoxa de *Curry* (vegeu Curry (1942)).

4.1. Com creus que les diverses teories discutides a les seccions 7-11 s'haurien d'aplicar a la paradoxa de Curry?

4.2. Noteu que, en particular, la paradoxa de Curry no apel·la ni a (LTE) ni a (LNC). Creus que això representa una limitació per a les teories que rebutgen (LTE) o (LNC)?

4.3. En relació amb això, creus que hom podria defensar de forma justificada que **g** no està fonamentada, o que tant **g** com la seva negació són el cas? (Suggeriment: podem assumir la validesa de la inferència que ens permet obtenir «si **P**, aleshores **Q**» a partir de «**Q**» i la validesa d'(MP).)

4.4. Cal notar, també, que la paradoxa de Curry apel·la, implícitament, a (PERS). Podries dir a on?

5. Considerem l'enunciat **v** idèntic a:

**v** és vertader

Encara que és evident que *no està fonamentat*, **v** *no condueix a cap impossibilitat clara*. Si suposem que **v** és vertader, tot el que podem concloure a partir d'(A) o (D) és, de nou, que és vertader; si suposem que **v** no és vertader, tot el que podem concloure a partir d'(A) o (D) és, respectivament, que «**v** no és vertader» és vertader i, de nou, que **v** no és vertader. Però, aleshores, és **v** vertader o no? Aquesta és la paradoxa del *Veraç* (vegeu Mortensen i Priest (1981)).

5.1. Com creus que les diverses teories discutides a les seccions 7-11 s'haurien d'aplicar a la paradoxa del Veraç?

5.2. Tenint en ment la caracterització de la noció de paradoxa de la secció 1, en quin sentit **v** presenta una paradoxa?

## Referències

- BEALL, JC (2009) *Spandrels of Truth*. Oxford: Oxford University Press.
- BRADY, Ross (2006) *Universal Logic*. Stanford: CSLI Publications.
- BURGE, Tyler (1979) «Semantical Paradox», *The Journal of Philosophy*, 76: 169-198.
- CURRY, Haskell (1942) «The Inconsistency of Certain Formal Logics», *The Journal of Symbolic Logic*, 7: 115-117.
- FIELD, Hartry (2008) *Saving Truth from Paradox*. Oxford: Oxford University Press.
- GÖDEL, Kurt (1931) «Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I», *Monatshefte für Mathematik und Physik*, 38: 173-198.
- GOLDSTEIN, Laurence (1992) «“This Statement Is Not True” Is Not True», *Analysis*, 52: 1-5.
- KAPLAN, David; MONTAGUE, Richard (1960) «A Paradox Regained», *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 1: 79-90.
- KRIPKE, Saul (1975) «Outline of a Theory of Truth», *The Journal of Philosophy*, 72: 690-716.
- MORRIS, Charles (1938) *Foundations of the Theory of Signs*. Chicago: University of Chicago Press.
- MORTENSEN, Chris; PRIEST, Graham (1981) «The Truth-Teller Paradox», *Logique et Analyse*, 24: 381-388.
- PRIEST, Graham (2006) *In Contradiction*, 2<sup>nd</sup> edition. Oxford: Oxford University Press.
- READ, Stephen (2002) «The Liar Paradox from John Buridan back to Thomas Bradwardine», *Vivarium*, 40: 189-218.
- RUSSELL, Bertrand (1903) *The Principles of Mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- RUSSELL, Bertrand (1908) «Mathematical Logic as Based on the Theory of Types», *American Journal of Mathematics*, 30: 222-262.
- SAINSBURY, Mark (1995) *Paradoxes*, 2<sup>nd</sup> edition. Cambridge: Cambridge University Press.
- TARSKI, Alfred (1933) *Pojęcie prawdy w językach nauk dedukcyjnych*. Warszawa: Nakładem Towarzystwa Naukowego Warszawskiego.
- ZARDINI, Elia (2011) «Truth without Contra(di)ction», *The Review of Symbolic Logic*, 4: 498-535.